周六数学思维训练

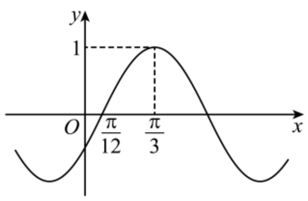
A 组：

1．函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$，$x\in\left[0,\pi\right]$ 的单调递增区间为______，单调递减区间为____.

2. 若存在实数 $\varphi\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，使得函数 $y=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 的图象关于直线 $x=\varphi$ 对称，则 $\omega$ 的取值范围为_____.

3．函数 $f\left(x\right)=\tan\omega x\left(\omega>0\right)$ 的图像的相邻两支截直线 $y=\pi$ 所得线段长为 $\frac{\pi}{2}$，则 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 的值是_____.

4．函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则 $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)=$_____.




5．将函数 $f\left(x\right)=3\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向右平移 $m$ 个单位 $\left(m>0\right)$，得到函数图象关于 $y$ 轴对称，则 $m$ 的最小值为_____.

6．已知函数 $f(x)=2\cos\left(2\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 在 $[0,\pi]$ 上有且仅有 2 个零点，则 $\omega$ 的取值范围为________.

7．已知函数 $f\left(x\right)=\tan\left(\omega x-\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上是增函数，则 $\omega$ 的取值范围是______.

8．函数 $y=3-2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，$x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$ 的值域为_____.

9．已知函数 $f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+1$，则不等式 $f\left(x\right)\geq 2$ 的解集为____________.

10．写出同时满足下列条件的函数 $f\left(x\right)$ 的一个解析式________.

①$f\left(x\right)=f\left(-x\right)$;②$f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=-f\left(x\right)$.

11．已知函数 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$.

(1)求函数 $f(x)$ 的最小正周期以及单调递增区间；

(2)求 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值；

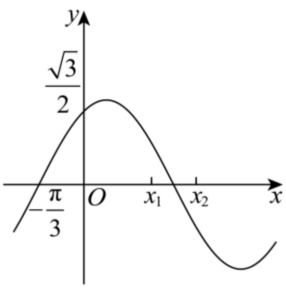
(3)若函数 $g(x)=f(x)-\frac{a}{2}$，$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 有两个零点 $x_1$，$x_2$，求实数 $a$ 的取值范围与 $f\left(x_1+x_2\right)$ 的值.

B 组

12．已知函数 $f\left(x\right)=\cos\omega x(\omega>0)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3})$ 上没有零点，则 $\omega$ 的最大值为________．

13．已知函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$（$\omega>0$）在区间 $\left(0,\frac{\pi}{9}\right)$ 上单调递增，则 $\omega$ 的取值范围为_____．

14．函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$，$0<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示，若 $f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)=0$，则 $\cos\left(x_1+x_2\right)=$________．




15．若方程 $\cos^2x+\sin x-a=0$ 在 $x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$ 有解，则 $a$ 的取值范围是________．

16．已知函数 $f\left(x\right)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$，对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 都有 $f\left(x\right)\leqslant\left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$，且在 $\left(\frac{3\pi}{16},\frac{\pi}{3}\right)$ 上单调，则 $\omega$ 的取值集合为________

17．若函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x-\varphi\right)$（$\omega>0$，$\left|\varphi\right|<\frac{\pi}{2}$）的最小正周期为 $T$，且 $f\left(T\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$．

给出下列判断：

①若 $\omega=3$，则函数 $f\left(x\right)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称

②若 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{8}\right]$ 上单调递增，则 $\omega$ 的取值范围是 $\left(0,6\right]$

③若 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left(\pi,2\pi\right)$ 内没有零点，则 $\omega$ 的取值范围是 $\left(0,\frac{1}{8}\right]\cup\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$

④若 $f\left(x\right)$ 的图象与直线 $y=-1$ 在 $\left[0,2\pi\right]$ 上有且仅有 1 个交点，则 $\omega$ 的取值范围是 $\left[\frac{7}{8},\frac{15}{8}\right)$

其中，判断正确的个数为（　）

**参考答案：**

1． $\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right]$ $\left[0,\frac{3\pi}{4}\right]$

【分析】根据正弦函数的单调性求解即可.

【详解】由题知函数 $f\left(x\right)=-\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$，

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le x-\frac{\pi}{4}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi$， $k\in\mathrm{Z}$，得 $-\frac{\pi}{4}+2k\pi\le x\le\frac{3\pi}{4}+2k\pi$， $k\in\mathrm{Z}$，

又 $0\le x\le\pi$，所以 $0\le x\le\frac{3\pi}{4}$，即函数 $f\left(x\right)$ 的单调递减区间为 $\left[0,\frac{3\pi}{4}\right]$，

令 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\le x-\frac{\pi}{4}\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi$， $k\in\mathrm{Z}$，得 $\frac{3\pi}{4}+2k\pi\le x\le\frac{7\pi}{4}+2k\pi$， $k\in\mathrm{Z}$，

又 $0\le x\le\pi$，所以 $\frac{3\pi}{4}\le x\le\pi$，即函数 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间为 $\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right]$，

故函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$， $x\in\left[0,\pi\right]$ 的单调递减区间为 $\left[0,\frac{3\pi}{4}\right]$，

单调递增区间为 $\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right]$.

故答案为 $\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right]$； $\left[0,\frac{3\pi}{4}\right]$

2． $\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$

【分析】根据 $\varphi\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 得到 $\omega\varphi+\frac{\pi}{3}\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{3}\right)$，从而得到不等式，求出答案.

【详解】因为 $\varphi\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，且 $\omega>0$，则 $\omega\varphi+\frac{\pi}{3}\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{3}\right)$，

若函数 $y=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 的图象关于直线 $x=\varphi$ 对称，

则 $\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{3}>\frac{\pi}{2}$，解得 $\omega>\frac{1}{3}$.

故答案为：$\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$

3． $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【分析】由相邻两支长度可确定周期求出 $\omega$，进而得解.

【详解】由题可知，$T=\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{\omega}$，求出 $\omega=2$，则 $f\left(x\right)=\tan 2x$， $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{3}$

4． $\frac{\sqrt{3}}{2}/\frac{1}{2}\sqrt{3}$

【分析】根据图象求得$T$，进而可得$\omega$，再代入最大值点即可求得$\varphi$的值，进而可求得$f(\frac{5\pi}{4})$.

【详解】由已知可得，$\frac{T}{4}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}$，所以$T=\pi$，所以$\omega=\frac{2\pi}{T}=2$，

所以$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\varphi\right)$.

又因为$f\left(x\right)$在$x=\frac{\pi}{3}$处取得最大值，

所以有$2\times\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathrm{Z}$，

所以$\varphi=-\frac{\pi}{6}+2k\pi,k\in\mathrm{Z}$.

又因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=-\frac{\pi}{6}$，

所以$f\left(x\right)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

所以$f\left(\frac{5\pi}{4}\right)=\sin\left(2\times\frac{5\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{7\pi}{3}=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

5．$\frac{\pi}{4}$

【分析】根据三角函数平移变换规定得到$g(x)=3\sin[3(x-m)+\frac{\pi}{4}]$，知其为偶函数，故图象应经过$(0,\pm3)$，结合正弦函数的图象与性质即可求得$m$的范围即得.

【详解】由函数$f\left(x\right)=3\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$的图象向右平移$m$个单位得到函数：

$g(x)=3\sin[3(x-m)+\frac{\pi}{4}]$的图象，

因$g(x)$的图象关于$y$轴对称，故有$\sin(-3m+\frac{\pi}{4})=\pm1$，则有$-3m+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathrm{Z}$，解得：

$m=-\frac{\pi}{12}-\frac{k\pi}{3},k\in\mathrm{Z}$，

因$m>0$，故当且仅当$k=-1$时，$m$的最小值为$\frac{\pi}{4}$.

故答案为：$\frac{\pi}{4}$.

6．$\left[\frac{7}{12},\frac{13}{12}\right)$

【分析】首先求$2\omega x+\frac{\pi}{3}$的取值范围，再根据余弦函数的图象，列式求$\omega$的取值范围.

【详解】当$x\in[0,\pi]$时，$2\omega x+\frac{\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{3},2\pi\omega+\frac{\pi}{3}\right]$.

因为 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上有且仅有 2 个零点，所以，$\frac{3\pi}{2}\le 2\pi\omega+\frac{\pi}{3}<\frac{5\pi}{2}$，解得 $\frac{7}{12}\le\omega<\frac{13}{12}$.

故答案为：$\left[\frac{7}{12},\frac{13}{12}\right)$

7．$(0,\frac{1}{2}]$

【分析】根据正切函数的单调性，结合题意，列出 $\omega$ 满足的条件，求解即可.

【详解】根据题意，$\frac{\pi}{\omega}\ge\frac{\pi}{2}-\left(-\frac{\pi}{2}\right)$，解得 $\omega\le 1$，又 $\omega>0$，则 $\omega\in(0,1]$；

当 $x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，$\omega x-\frac{\pi}{4}\in\left(-\frac{\pi}{2}\omega-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\omega-\frac{\pi}{4}\right)$，

由题可得 $-\frac{\pi}{2}\omega-\frac{\pi}{4}\ge-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\omega-\frac{\pi}{4}\le\frac{\pi}{2}$，解得 $\omega\le\frac{1}{2}$；

综上所述，$\omega$ 的取值范围是 $\left(0,\frac{1}{2}\right]$.

故答案为：$(0,\frac{1}{2}]$.

8．$[1,4]$

【分析】先求出整体角的范围，再利用余弦函数的值域求解即可.

【详解】因为 $\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{2}$，所以 $0\le 2x-\frac{\pi}{3}\le\frac{2\pi}{3}$，

所以 $-\frac{1}{2}\le\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\le 1$，

所以 $1\le 3-2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\le 4$.

所以函数的值域为 $[1,4]$.

故答案为：$[1,4]$

9．$\left\{x\middle|k\pi\le x\le\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathrm{Z}\right\}$

【分析】由 $f(x)\ge 2$ 得 $\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\ge\frac{1}{2}$，$\frac{\pi}{6}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{5\pi}{6}+2k\pi,k\in\mathrm{Z}$ 解出不等式即可.

【详解】由 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+1\ge 2$ 得，$\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\ge\frac{1}{2}$

所以 $\frac{\pi}{6}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{5\pi}{6}+2k\pi,k\in\mathrm{Z}$，解得 $k\pi\le x\le\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathrm{Z}$

不等式 $f(x)\ge 2$ 的解集为 $\left\{x\middle|k\pi\le x\le\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathrm{Z}\right\}$

故答案为：$\left\{x \middle| k\pi \le x \le \frac{\pi}{3}+k\pi, k \in \mathrm{Z}\right\}$

10． $f\left(x\right)=\cos 2x$(答案不唯一)

【详解】分析题中两个条件得到 $f\left(x\right)$ 的性质，从而得解.

【分析】因为 $f\left(x\right)=f\left(-x\right)$，故函数 $f\left(x\right)$ 是 R 上的偶函数，

又因为 $f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=-f\left(x\right)$，故 $f\left(x+\pi\right)=-f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=f\left(x\right)$，

因此函数 $f\left(x\right)$ 是周期为 $\pi$ 的函数，

故满足以上条件的一个函数为 $f\left(x\right)=\cos 2x$.

故答案为：$f\left(x\right)=\cos 2x$（答案不唯一）.

17．(1) $T=\pi$，单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{12}+k\pi, \frac{5\pi}{12}+k\pi\right]$，$k \in \mathbf{Z}$

(2) $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上最大值为1，最小值为 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\sqrt{3} \le a < 2$，$f\left(x_1+x_2\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

11（1）由 $f\left(x\right)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 可得：函数 $f\left(x\right)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$；

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi \le 2x-\frac{\pi}{3} \le \frac{\pi}{2}+2k\pi, k \in \mathbf{Z}$，解得：$-\frac{\pi}{12}+k\pi \le x \le \frac{5\pi}{12}+k\pi, k \in \mathbf{Z}$，

所以 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{12}+k\pi, \frac{5\pi}{12}+k\pi\right]$，$k \in \mathbf{Z}$.

（2）因为 $x \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，则 $2x-\frac{\pi}{3} \in \left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$，

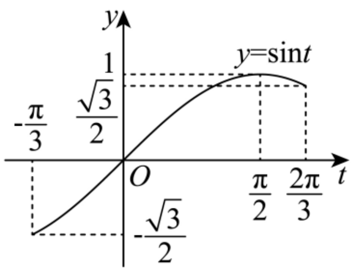
当 $2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，即 $x=\frac{5\pi}{12}$ 时，$f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上可取得最大值1；

当 $2x-\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{3}$，即 $x=0$ 时，$f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上可取得最小值 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$；

所以 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上最大值为1，最小值为 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（3）因为 $x \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，令 $t=2x-\frac{\pi}{3} \in \left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$，

则 $y=\sin t$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$ 内的图象如图所示，




令 $g(x)=f(x)-\frac{a}{2}=0$，可得 $f(x)=\frac{a}{2}$，即 $\sin t=\frac{a}{2}$，

若函数 $g(x)=f(x)-\frac{a}{2}$，$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$有两个零点 $x_1$，$x_2$，

则 $y=\sin t$ 与 $y=\frac{a}{2}$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$ 内有两个交点 $t_1,t_2$，

结合图象可得：$\frac{\sqrt{3}}{2}\le\frac{a}{2}<1$，$t_1+t_2=2x_1-\frac{\pi}{3}+2x_2-\frac{\pi}{3}=\pi$，即 $x_1+x_2=\frac{5\pi}{6}$，

所以 $\sqrt{3}\le a<2$，$f\left(x_1+x_2\right)=\sin\left(\frac{5\pi}{3}-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

12．$\frac{3}{4}$/0.75

【详解】由函数 $f\left(x\right)=\cos\omega x(\omega>0)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3})$ 上没有零点，

可得 $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}\ge\frac{2\pi}{3}-(-\frac{\pi}{2})=\frac{7\pi}{6}$，解得 $0<\omega\le\frac{6}{7}$，

因为 $x\in(-\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3})$，可得 $\omega x\in(-\frac{\omega\pi}{2},\frac{2\omega\pi}{3})$，

则满足 $\begin{cases}-\frac{\omega\pi}{2}\ge k\pi+\frac{\pi}{2}\\ \frac{2\omega\pi}{3}\le\left(k+1\right)\pi+\frac{\pi}{2}\end{cases},k\in Z$，即 $\begin{cases}\omega\le-2k-1\\ \omega\le\frac{3}{2}\left(k+1\right)\pi+\frac{3}{4}\end{cases},k\in Z$，

当 $k\ge0$ 时，显然不符合题意；当 $k=-1$ 时，可得 $0<\omega\le\frac{3}{4}$；当 $k\le-2$ 时，不符合题意，

综上可得，满足题意的 $\omega$ 的取值范围为 $(0,\frac{3}{4}]$，即 $\omega$ 的最大值为 $\frac{3}{4}$.

故答案为：$\frac{3}{4}$.

13．$0<\omega\le\frac{3}{2}$

【详解】当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{9}\right)$ 时，$\omega x+\frac{\pi}{3}\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{9}\omega+\frac{\pi}{3}\right)$，

则 $\frac{\pi}{9}\omega+\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}$，解得 $\omega\le\frac{3}{2}$，

又 $\omega>0$，故 $0<\omega\le\frac{3}{2}$.

故答案为：$0<\omega\le\frac{3}{2}$.

14．$-\frac{1}{2}/-0.5$

【分析】首先由题意 $f(0)=\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$，又 $\omega>0$ 且 $-\frac{\pi}{3}$ 是 $y$ 轴左侧第一个零点，算出 $x=\frac{2\pi}{3}$ 对称，解出即可.

【详解】由题设 $f(0)=\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$，又 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，则 $\varphi=\frac{\pi}{3}$，

又 $f\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\omega\pi}{3}\right)=0$，

则 $\frac{\pi}{3}-\frac{\omega\pi}{3}=k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，故 $\omega=1-3k$，$k\in\mathbf{Z}$，

由 $\omega>0$ 且 $-\frac{\pi}{3}$ 是 $y$ 轴左侧第一个零点，故 $k=0$，即 $\omega=1$，则 $f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$，

由图知：$x_1$，$x_2$ 关于函数图象中 $y$ 轴右侧第一个零点对称，即 $x=\frac{2\pi}{3}$ 对称，

所以 $x_1+x_2=\frac{4\pi}{3}$，$\cos\left(x_1+x_2\right)=-\frac{1}{2}$.

故答案为：$-\frac{1}{2}$

15．$\left[1,\frac{5}{4}\right]$

【分析】根据题意，将原式化为 $\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}-a$，由正弦函数的值域列出不等式，代入计算，即可得到结果.

【详解】由 $\cos^2x+\sin x-a=0$ 转化为 $1-\sin^2x+\sin x-a=0$，即 $\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}-a$，

因为 $x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$，则 $\sin x\in\left[\frac{1}{2},1\right]$，则 $\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$，

所以 $\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)^2\in\left[0,\frac{1}{4}\right]$，则 $0\le\frac{5}{4}-a\le\frac{1}{4}$，解得 $1\le a\le\frac{5}{4}$，

即 $a$ 的取值范围是 $\left[1,\frac{5}{4}\right]$.

故答案为：$\left[1,\frac{5}{4}\right]$

16．$\{1,4\}$

【分析】根据 $f\left(x\right)\le\left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$，得到 $\omega=1+3k,(k\in Z,\omega>0)$，结合在 $\left(\frac{3\pi}{16},\frac{\pi}{3}\right)$ 上单调可得 $\omega=1$

或$\omega=4$，检验可得答案.

【详解】因为对$\forall x\in\mathbf{R}$都有$f\left(x\right)\le\left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$，

所以$\left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|=2\left|\sin\left(\frac{\pi}{3}\omega+\frac{\pi}{6}\right)\right|=2$，可得$\left|\sin\left(\frac{\pi}{3}\omega+\frac{\pi}{6}\right)\right|=1$，

$\frac{\pi}{3}\omega+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，$\omega=1+3k,\left(k\in\mathbf{Z},\omega>0\right)$，

又$f\left(x\right)$在$\left(\frac{3\pi}{16},\frac{\pi}{3}\right)$上单调，$\frac{T}{2}\ge\frac{\pi}{3}-\frac{3\pi}{16}=\frac{7\pi}{48}$，$\frac{2\pi}{\omega}\ge\frac{7\pi}{24}$，

即$0<\omega\le\frac{48}{7}$，由$\omega=1+3k,\left(k\in\mathbf{Z},\omega>0\right)$可得$\omega=1$，或$\omega=4$，

当$\omega=1$时，$f\left(x\right)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$，$f(\frac{\pi}{3})=2$，$\forall x\in\mathbf{R}$都有$f\left(x\right)\le\left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$，

且当$x\in\left(\frac{3\pi}{16},\frac{\pi}{3}\right)$时，$x+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{17\pi}{48},\frac{\pi}{2}\right)$，即函数$f(x)$在$\left(\frac{3\pi}{16},\frac{\pi}{3}\right)$上单调递增，因此$\omega=1$符合题意；

当$\omega=4$时，$f\left(x\right)=2\sin\left(4x+\frac{\pi}{6}\right)$，$f(\frac{\pi}{3})=-2$，$\forall x\in\mathbf{R}$都有$f\left(x\right)\le\left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$，

且当$x\in\left(\frac{3\pi}{16},\frac{\pi}{3}\right)$时，$4x+\frac{\pi}{6}\in(\frac{11\pi}{12},\frac{3\pi}{2})\subseteq(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$，即函数$f(x)$在$\left(\frac{3\pi}{16},\frac{\pi}{3}\right)$上单调递减，因此$\omega=4$符合题意，

所以$\omega$的取值集合为$\left\{1,4\right\}$.

故答案为：$\left\{1,4\right\}$.

17【详解】由$T=\frac{2\pi}{\omega}$，则$f\left(T\right)=\sin\left(2\pi-\varphi\right)=-\sin\varphi=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，即$\sin\varphi=\frac{\sqrt{2}}{2}$，又$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，

所以$\varphi=\frac{\pi}{4}$，故$f\left(x\right)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{4}\right)$，

当$\omega=3$，则$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(3\times\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\right)=1$，故函数$f\left(x\right)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{4}$对称，①对；

当$x\in\left[0,\frac{\pi}{8}\right]$，则$\omega x-\frac{\pi}{4}\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\omega\pi}{8}-\frac{\pi}{4}]$，且$f\left(x\right)$在区间$\left[0,\frac{\pi}{8}\right]$上单调递增，

所以$-\frac{\pi}{4}<\frac{\omega\pi}{8}-\frac{\pi}{4}\le\frac{\pi}{2}$，可得$0<\omega\le6$，②对；

当$x\in\left(\pi,2\pi\right)$，则$\omega x-\frac{\pi}{4}\in\left(\omega\pi-\frac{\pi}{4},2\omega\pi-\frac{\pi}{4}\right)$，且$f\left(x\right)$在区间$\left(\pi,2\pi\right)$内没有零点，

若$2\omega\pi-\frac{\pi}{4}\le0$，则$0<\omega\le\frac{1}{8}$，此时满足题设；

若 $\omega\pi-\frac{\pi}{4}\geq 0$，则 $\omega\geq\frac{1}{4}$，故 $\begin{cases}\omega\pi-\frac{\pi}{4}\geq k\pi\\2\omega\pi-\frac{\pi}{4}\leq(k+1)\pi\end{cases}$，可得 $\begin{cases}\omega\geq k+\frac{1}{4}\\\omega\leq\frac{k}{2}+\frac{5}{8}\end{cases}$ 且 $k\in\mathrm{N}$，

所以 $k=0$，可得 $\frac{1}{4}\leq\omega\leq\frac{5}{8}$；

综上，$\omega$ 的取值范围是 $\left(0,\frac{1}{8}\right]\cup\left[\frac{1}{4},\frac{5}{8}\right]$，③错；

当 $x\in[0,2\pi]$，则 $\omega x-\frac{\pi}{4}\in[-\frac{\pi}{4},2\omega\pi-\frac{\pi}{4}]$，

又 $f\left(x\right)$ 的图象与直线 $y=-1$ 在 $\left[0,2\pi\right]$ 上有且仅有 1 个交点，故 $\frac{3\pi}{2}\leq 2\omega\pi-\frac{\pi}{4}<\frac{7\pi}{2}$，

所以 $\frac{7}{8}\leq\omega<\frac{15}{8}$，即 $\omega$ 的取值范围是 $\left[\frac{7}{8},\frac{15}{8}\right)$，④对.