目录

[解析几何、圆锥曲线 1](#_Toc132104695)

[1直线与圆 1](#_Toc132104696)

[2抛物线基础 3](#_Toc132104697)

[3双曲线基础 7](#_Toc132104698)

[4解析综合小题 11](#_Toc132104699)

[5圆锥曲线大题 13](#_Toc132104700)

# 解析几何、圆锥曲线

## 1直线与圆

**一、选择题**

1．（202103朝阳一模04）已知圆截直线所得弦的长度为，则实数

A． B． C． D．

【答案】D

2．（202104东城一模05）已知圆截直线所得弦的长度为1，那么的值为

A． B． C． D．

【答案】D

3．（202103丰台一模05）若直线是圆的一条对称轴，则的值为

A． B． C． D．

【答案】B

4．（202103平谷一模05）设是圆上的动点，是直线上的动点，则的最小值为

A．6 B．4 C．3 D．2

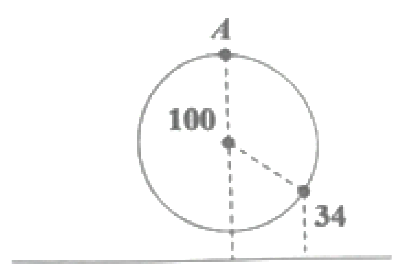
【答案】A

5．（202103延庆一模06）在平面直角坐标系中，直线的方程为，以点为圆心且与直线相切的所有圆中，半径最大的圆的半径为

A． B． C． D．

【答案】B

6．（202103门头沟一模06）京西某游乐园的摩天轮采用了国内首创的横梁结构，风格更加简约，摩天轮直径88米，最高点A距离地面100米，匀速运行一圈的时间是18分钟.由于受到周边建筑物的影响，乘客与地面的距离超过34米时，可视为最佳观赏位置，在运行的一圈里最佳观赏时长为



A．10分钟 B．12分钟 C．14分钟 D．16分钟

【答案】B

7．（202103怀柔一模07）“”是直线与圆相交的

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件

C．充分必要条件 D．即不充分也不必要条件

【答案】A

8．（202103房山一模07）“”是“直线与平行”的

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】B

9．（202103定位考07）已知直线经过点，则原点到点的距离可以是

A． B． C． D．

【答案】B

## 2抛物线基础

**一、选择题**

1．（202103延庆一模03）已知为抛物线的焦点，过点的直线交抛物线于两点，若，则线段的中点的横坐标为

A． B． C． D．

【答案】B

2．（202103石景山一模07）过抛物线的焦点F的直线交抛物线于A、B两点，若F是线段AB的中点，则|AB|=

A．1 B．2 C．3 D．4

【答案】D

3．（202103丰台一模07）为抛物线上一点，点到抛物线准线和对称轴的距离分别为10和6，则

A．2 B．4 C．或 D．或

【答案】D

4．（202103定位考09）抛物线的焦点为.对于上一点，若的准线上只存在一个点，使得为等腰三角形，则点的横坐标为

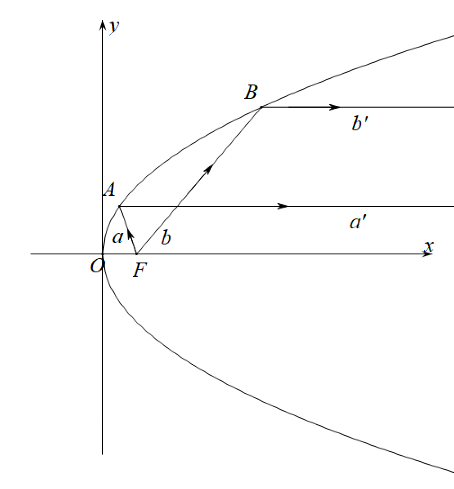
A． B． C． D．

【答案】D

5．（202104海淀一模08）已知点，，，则“是等边三角形”是“直线的斜率为”的

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】A

6．（202104西城一模08）抛物线具有以下光学性质：从焦点出发的光线经抛物线反射后平行于抛物线的对称轴．该性质在实际生产中应用非常广泛．如图，从抛物线的焦点发出的两条光线分别经抛物线上的两点反射，已知两条入射光线与轴所成锐角均为，则两条反射光线和之间的距离为

A． B． C． D．

【答案】C

7．（202104东城一模09）椭圆的右焦点与抛物线的焦点重合，点为椭圆与抛物线的公共点，且轴．那么椭圆的离心率为

A． B． C． D．

【答案】A

8．（202103朝阳一模09）已知抛物线的焦点为，准线为，点是直线上的动点．若点在抛物线上，且，则（为坐标原点）的最小值为

A． B． C． D．

【答案】B

9．（202103门头沟一模09）已知抛物线C:y2＝2px的焦点为F，点A为抛物线C上横坐标为3的点，过点A的直线交x轴的正半轴于点B，且△ABF为正三角形，则p＝

A．1 B．2 C．9 D．18

【答案】B

**二、填空题**

1．（202103怀柔一模12）若抛物线C顶点在原点，焦点在y轴上，且过点，则C的标准方程是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

2．（202103平谷一模12）已知抛物线上一点到焦点的距离为3，那么点到轴的距离为\_\_\_\_．

【答案】2

3．（202103房山一模13）抛物线的焦点为，则点的坐标为，若抛物线上一点到轴的距离为，则．

【答案】

## 3双曲线基础

**一、选择题**

1．（202103丰台一模03）已知双曲线的离心率是，则

A． B． C． D．

【答案】B

2．（202103怀柔一模04）曲线与曲线的

A．焦距相等 B．实半轴长相等

C．虚半轴长相等 D．离心率相等

【答案】A

3．（202103朝阳一模05）已知双曲线（，）的离心率为2，则双曲线的渐近线方程为

A． B． C． D．

【答案】A

4．（202103房山一模06）已知双曲线的离心率为，则点到双曲线的渐近线的距离为

A． B． C． D．

【答案】B

5．（202103平谷一模08）已知，分别是双曲线的两个焦点，双曲线和圆的一个交点为，且，那么双曲线的离心率为

A． B． C．2 D．

【答案】D

**二、填空题**

1．（202103石景山一模11）双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

2．（202103定位考12）已知双曲线（其中）的渐近线方程为，则\_\_\_\_\_\_\_\_，的右焦点坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】;

3．（202104海淀一模12）已知双曲线的两条渐近线互相垂直，则该双曲线的离心率为．

【答案】

4．（202104西城一模12）已知双曲线，则的渐近线方程是；过的左焦点且与轴垂直的直线交其渐近线于两点，为坐标原点，则的面积是．

【答案】;

5．（202104东城一模12）已知双曲线经过点，那么的值为\_\_\_\_\_\_，的渐近线方程为\_\_\_\_\_\_．

【答案】;

6．（202103延庆一模12）已知双曲线的一条渐近线过点，则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_，

【答案】

7．（202103门头沟一模13）已知双曲线C的中心在坐标原点，且经过点P（,），下列条件中哪一个条件能确定唯一双曲线C,该条件的序号是；满足该条件的双曲线C的标准方程是.

条件①:双曲线C的离心率e＝2；

条件②:双曲线C的渐近线方程为y＝；

条件⑧:双曲线C的实轴长为2.

【答案】;

## 4解析综合小题

1．（202104海淀一模13）对平面直角坐标系中的两组点，如果存在一条直线使这两组点分别位于该直线的两侧，则称该直线为“分类直线”．对于一条分类直线，记所有的点到的距离的最小值为，约定：越大，分类直线的分类效果越好．某学校高三（）班的位同学在年期间网购文具的费用（单位：百元）和网购图书的费用（单位：百元）的情况如图所示．现将，，和归为第Ⅰ组点，将，和归为第Ⅱ组点．在上述约定下，可得这两组点的分类效果最好的分类直线，记为．给出下列四个结论：

①直线比直线的分类效果好；

②分类直线的斜率为；

③该班另一位同学小明的网购文具与网购图书的费用均为元，则小明的这两项网购花销的费用所对应的点与第Ⅱ组点位于的同侧；

④如果从第Ⅰ组点中去掉点，第Ⅱ组点保持不变，则分类效果最好的分类直线不是．

其中所有正确结论的序号是．

【答案】

2．（202103石景山一模10）瑞士著名数学家欧拉在1765年证明了定理：三角形的外心、重心、垂心位于同一条直线上，这条直线被后人称为三角形的“欧拉线”．在平面直角坐标系中作△*ABC*，*AB*＝*AC*＝4，点*B*()，点*C*()，且其“欧拉线”与圆*M*：相切．则圆*M*上的点到直线的距离的最小值为

A． B． C． D．

【答案】A

3．（202103石景山一模10）在平面直角坐标系中，从点P（－3,2）向直线kx－y－2－k＝0作垂线，垂足为M，则点Q（2,4）与点M的距离|MQ|的最小值是

A． B． C． D．17

【答案】A

4．（202103平谷一模10）10．某时钟的秒针端点到中心点的距离为，秒针绕点匀速旋转．当时间时，点与钟面上标12点的点重合．当，两点的距离为（单位：），则等于

A． B． C． D．

【答案】D

## 5圆锥曲线大题

1．（202103定位考20）（本小题14分）

已知椭圆．

（Ⅰ）求椭圆的离心率；

（Ⅱ）经过原点的直线与椭圆交于两点，直线与直线垂直，且与椭圆的另一个交点为．

（i）当点为椭圆的右顶点时，求证：为等腰三角形；

（ii）当点不是椭圆的顶点时，求直线和直线的斜率之比.

【解析】

（Ⅰ）因为椭圆方程，

所以．

所以．

所以离心率．

（Ⅱ）（i）设．

由题设知，．

因为，

所以点在以线段为直径的圆上，

所以有．

又．

解得（舍）

所以．

所以．

又．

所以，即为等腰三角形．

（ii）法1：设，且,,.

记直线的斜率分别为.

所以.

因为，

所以.

又.

因为

所以.

所以.

所以，即直线和直线的斜率之比为.

（ii）法2：因为点不是椭圆的顶点，

所以直线的斜率都存在且不为0，

设直线的方程为

由得

由所以.

设,的中点.

因为

所以

，

因为

所以

又因为

所以.

所以

2．（202104海淀一模20）（本小题共14分）

已知椭圆过，两点．

（Ⅰ）求椭圆的离心率；

（Ⅱ）设椭圆的右顶点为，点在椭圆上（不与椭圆的顶点重合），直线与直线交于点，直线交轴于点，求证：直线过定点．

【解析】

（Ⅰ）依题意，，得，，得．

，即．

离心率．

（Ⅱ）由（Ⅰ）得椭圆的标准方程为

由已知条件可知，．

设直线，，

因为不与椭圆的顶点重合，所以且．

则有，得，

．

，，，

即．

由已知可知，直线，

则有，解得，

即．

直线．

令，，

即．

①当直线斜率不存在时，即

，得，与已知条件矛盾．

直线斜率必存在．

②当直线斜率存在时，

，

，整理得：



，解得，即定点为．

综上，直线过定点．

3．（202104西城一模20）（本小题共15分）

已知椭圆的焦点在轴上，且经过点，左顶点为，右焦点为．

（Ⅰ）求椭圆的离心率和的面积；

（Ⅱ）已知直线与椭圆交于两点．过点作直线的垂线，垂足为．判断是否存在常数，使得直线经过轴上的定点？若存在，求的值；若不存在，请说明理由．

【解析】

（Ⅰ）依题意，代入点，得到，解得．

，即．

，，

离心率，的面积．

（Ⅱ）由已知，直线的方程．

当，，时，

直线的方程为，交轴于点．

当，，时，

直线的方程为，交轴于点．

若直线经过轴上定点，则，

即，直线交轴于点．

下面证明存在实数，使得直线经过轴上定点．

联立消整理，得，

设，

则，．

设点，所以直线的方程：．

令，得．

，

．

直线经过轴上定点．

综上，存在实数，使得直线经过轴上定点．

4．（202104东城一模20）（本小题15分）

已知椭圆过点，且焦距为．

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）过点的直线（不与轴重合）与椭圆交于两点，点与点关于轴对称，直线与轴交于点．是否存在常数，使得成立，若存在，求出的值；若不存在，说明理由．

【解析】

（Ⅰ）由题意得解得

故椭圆的方程为．

（Ⅱ）设，，因为点与点关于轴对称，所以．

所以直线的斜率为，直线的方程：．

令，解得．

所以，

因为，

“存在常数，使得成立”

等价于“存在常数，使得成立”，

即成立．

化简得：．

设直线，.

即“存在常数，使得成立”．

由得．

，解得．

，．

，

．

欲使成立，只需．

故存在，使得成立．．

5．（202103朝阳一模19）（本小题15分）

已知椭圆的短轴的两个端点分别为，，离心率为．

（Ⅰ）求椭圆的方程及焦点的坐标；

（Ⅱ）若点为椭圆上异于的任意一点，过原点且与直线平行的直线与直线交于点，直线与直线交于点，试判断以线段为直径的圆是否过定点？若过定点，求出定点的坐标；若不过定点，请说明理由．

【解析】

（Ⅰ）由题意可设椭圆的方程为，则



解得，．

所以椭圆的方程为，焦点坐标为和．

（Ⅱ）方法1：

设点的坐标为（），则．

过原点且与直线平行的直线方程为．

令，得．

直线的方程为，

令，得．

假设以线段为直径的圆过定点，由椭圆的对称性可设定点为．

则．

因为，

所以．

因为，所以．

则或．

所以以线段为直径的圆过定点，且定点坐标为和．

方法2：

设点的坐标为（），则．

过原点且与直线平行的直线方程为．

令，得．

直线的方程为，

令，得．

所以以为直径的圆的半径为

．

圆心的横坐标为．

所以以线段为直径的圆的方程为．

因为，所以．

以线段为直径的圆过定点等价于对任意的点，

方程恒成立．

所以

解得或

所以以线段为直径的圆过定点，且定点坐标为和．

6．（202103丰台一模19）（本小题15分）

已知椭圆长轴的两个端点分别为，离心率为.

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）为椭圆上异于的动点，直线分别交直线于两点，连接并延长交椭圆于点.

（ⅰ）求证：直线的斜率之积为定值；

（ⅱ）判断三点是否共线，并说明理由.

【解析】

（Ⅰ）由题意，所以.

所以椭圆C的方程为.

（Ⅱ）（ⅰ）证明：设，

因为在椭圆上，所以.

因为直线的斜率为，直线的斜率为，

所以直线的方程为.

所以点的坐标为.

所以直线的斜率为.

所以直线的斜率之积为

.

（ⅱ）三点共线.

设直线斜率为，易得.

由（ⅰ）可知直线斜率为，所以直线的方程为.

联立可得.

解得点的纵坐标为，所以点的坐标为.

所以，直线的斜率为，直线的斜率为.

因为直线的斜率等于直线的斜率，

所以三点共线.

7．（202103房山一模20）（本小题14分）

已知椭圆过点，离心率为.

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）设点为椭圆的上顶点，是椭圆上两个不同的动点（不在轴上），直线的斜率分别为，且，求证：直线过定点.

【解析】

（Ⅰ）根据题意得:

解得

所以椭圆的方程为.

（Ⅱ）证法1：因为点M为椭圆上顶点，

所以点的坐标为.

设直线,

由得.

设点,

解得所以.

.

设直线

同理可得.

又因为，所以.

所以.

所以.

所以直线过定点.

证法2：由题意可知，直线存在斜率

设直线的方程为：，则

联立消去得.

.

即,

设，，则

，

所以.

.

因为，

所以.

所以.

所以.

所以，即.

所以或（舍）.

所以直线的方程为：.

所以直线过定点.

8．（202103石景山一模19）（本小题15分）

已知椭圆的右焦点为，且经过点和

点．

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）和是椭圆上两个不同的点，四边形是平行四边形，直线、分别交轴于点和点，求四边形面积的最小值．

【解析】

（Ⅰ）由已知，，

所以.

所以椭圆的方程为.

（Ⅱ）因为四边形是平行四边形，

所以AB与MN的中点重合，所以M、N关于原点对称.

设，则.（）

，

直线AM的方程为，

令，得，即,

又，

直线AN的方程为，

令，得，即.

四边形面积为，

.

因为点M在椭圆上，

所以，.

所以.

所以.

所以当时，.

所以四边形面积的最小值为.

9．（202103门头沟一模19）（本小题共15分）

曲线C上任一点M(x,y)到点F1(-1,0)，F2(-1,0)距离之和为，点是曲线C上一点，直线l过点P且与直线垂直，直线l与x轴交于点Q.

（I）求曲线C的方程及点Q的坐标（用点的坐标表示）；

（II）比较与的大小，并证明你的结论.

【解析】

（Ⅰ）由题意可知，曲线是焦点在轴上的椭圆，，，

曲线的方程为：

当时，直线与轴重合，不合题意

当时，直线与轴重合，点是原点，

当时，由题意得：，直线的方程：

得

综上所述，点

（Ⅱ）点满足方程：



将代入整理得：



所以，=

10．（202103平谷一模19）（本小题共15分）

已知椭圆的离心率为，并且经过点．

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）设过点的直线与轴交于点点，与椭圆的另一个交点为，点关于轴的对称点为，直线交轴于点，求证：为定值．

【解析】

（Ⅰ）由已知解得所以椭圆：

（Ⅱ）证明：由已知斜率存在

以下给出证明：

由题意，设直线的方程为,,，则

由

得，

所以，

，

所以即

直线的方程为

令得所以

令由得所以

所以=

法二：设，则

则直线的方程为

令所以同理

所以=

因为所以

所以=

11．（202103延庆一模20）（本小题共15分）

已知椭圆经过点，离心率.

（Ⅰ）求椭圆C的标准方程；

（Ⅱ）设是经过椭圆右焦点的一条弦（不经过点且在的上方），直线与直线相交于点M，记PA，PB，PM的斜率分别为，，，将、、如何排列能构成一个等差数列，证明你的结论．

【解析】

（Ⅰ）由点在椭圆上得，①，

②

由①②得，

故椭圆的标准方程为

（Ⅱ）或能构成一个等差数列

椭圆右焦点坐标，显然直线斜率存在，

设③

代入椭圆方程，整理得，易知

设，则有④

在方程③中，令，得，从而

，

因为

=⑤，将④代入⑤得



而，所以，即为、的等差中项，

所以或为等差数列。

12．（202103怀柔一模20）已知椭圆过点，且，若直线与椭圆C交于M，N两点，过点M作x轴的垂线分别与直线交于点A，B，其中O为原点.

（1）求椭圆C的方程；

（2）若，求k的值.

【解析】

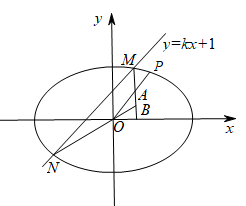
（1）椭圆过点，且

，



椭圆C的方程为

（2）如图，



设，

，，，

，

由得，

，

，

，

为的中点，

，

即，

，

，

，

解得.

