

旗，通用规格有五种.这五种规格党旗的长 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 (单位:cm)成等差数列，对应的宽为 b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 (单位: cm),且长与宽之比都相等，已知 $a_1 = 288$ ， $a_5 = 96$ ， $b_1 = 192$ ，则 $b_3 =$

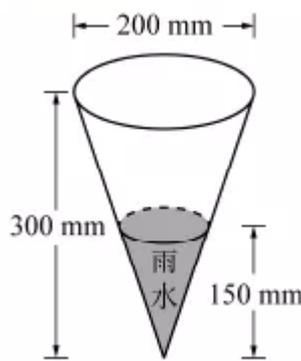
- A. 64 B. 96 C. 128 D. 160

7. 函数 $f(x) = \cos x - \cos 2x$ 是

- A. 奇函数，且最大值为 2 B. 偶函数，且最大值为 2
C. 奇函数，且最大值为 $\frac{9}{8}$ D. 偶函数，且最大值为 $\frac{9}{8}$

8. 某一时间段内，从天空降落到地面上 雨水，未经蒸发、渗漏、流失而在水平面上积聚的深度，称为这个时段的降雨量（单位： mm）. 24h 降雨量的等级划分如下：

| 等级 | 24 h 降雨量（精确到0.1） |
|-------|------------------|
| | |
| 小雨 | 0.1 ~ 9.9 |
| 中雨 | 10.0 ~ 24.9 |
| 大雨 | 25.0 ~ 49.9 |
| 暴雨 | 50.0 ~ 99.9 |
| | |



在综合实践活动中，某小组自制了一个底面直径为 200 mm，高为 300 mm 的圆锥形雨量器.若一次降雨过程中，该雨量器收集的 24h 的雨水高度是 150 mm（如图所示），则这 24h 降雨量的等级是

- A. 小雨 B. 中雨 C. 大雨 D. 暴雨

9. 已知直线 $y = kx + m$ （ m 为常数）与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 交于点 M, N ，当 k 变化时，若 $|MN|$ 的最小值为 2，则 $m =$

- A. ± 1 B. $\pm\sqrt{2}$ C. $\pm\sqrt{3}$ D. ± 2

10. 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为整数的递增数列，且 $a_1 \geq 3$ ，若 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 100$ ，则 n 的最大值为（ ）

- A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

第二部分（非选择题共 110 分）

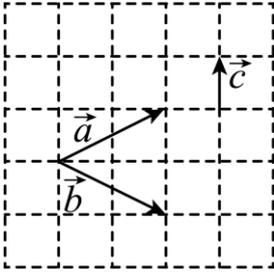
二、填空题 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 在 $(x^3 - \frac{1}{x})^4$ 的展开式中，常数项为_____.

12. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，点 M 在抛物线上， MN 垂直 x 轴与于点 N .若 $|MF| = 6$ ，则点 M 的横坐标为_____； $\square MNF$ 的面积为_____.

13. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 在正方形网格中的位置如图所示. 若网格纸上小正方形的边长为 1, 则

$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} =$ _____; $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.



14. 若点 $A(\cos \theta, \sin \theta)$ 关于 y 轴对称点为 $B(\cos(\theta + \frac{\pi}{6}), \sin(\theta + \frac{\pi}{6}))$, 写出 θ 的一个取值为_____.

15. 已知函数 $f(x) = |\lg x| - kx - 2$, 给出下列四个结论:

- ①若 $k = 0$, $f(x)$ 恰有 2 个零点;
- ②存在负数 k , 使得 $f(x)$ 恰有 1 个零点;
- ③存在负数 k , 使得 $f(x)$ 恰有 3 个零点;
- ④存在正数 k , 使得 $f(x)$ 恰有 3 个零点.

其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题共 6 小题, 共 85 分, 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $c = 2b \cos B$, $C = \frac{2\pi}{3}$.

(1) 求 $\angle B$;

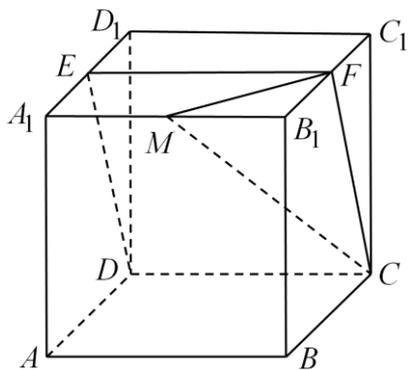
(2) 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知, 使 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定, 求 BC 边上中线的长.

条件①: $c = \sqrt{2}b$;

条件②: $\triangle ABC$ 的周长为 $4 + 2\sqrt{3}$;

条件③: $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$;

17. 如图：在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E 为 A_1D_1 中点， B_1C_1 与平面 CDE 交于点 F 。



(1) 求证： F 为 B_1C_1 的中点；

(2) 点 M 是棱 A_1B_1 上一点，且二面角 $M - FC - E$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ，求 $\frac{A_1M}{A_1B_1}$ 的值。

18. 在核酸检测中，“ k 合 1” 混采核酸检测是指：先将 k 个人 样本混合在一起进行 1 次检测,如果这 k 个人都没有感染新冠病毒，则检测结果为阴性，得到每人的检测结果都为阴性，检测结束;如果这 k 个人中有人感染新冠病毒，则检测结果为阳性，此时需对每人再进行 1 次检测,得到每人的检测结果，检测结束。

现对 100 人进行核酸检测，假设其中只有 2 人感染新冠病毒，并假设每次检测结果准确

(I) 将这 100 人随机分成 10 组，每组 10 人，且对每组都采用“10 合 1” 混采核酸检测。

(i) 如果感染新冠病毒的 2 人在同一组，求检测的总次数；

(ii) 已知感染新冠病毒的 2 人分在同一组的概率为 $\frac{1}{11}$. 设 X 是检测的总次数，求 X 的

分布列与数学期望 $E(X)$ 。

(II) 将这 100 人随机分成 20 组，每组 5 人，且对每组都采用“5 合 1” 混采核酸检测. 设 Y 是检测的总次数，试判断数学期望 $E(Y)$ 与 (I) 中 $E(X)$ 的大小.(结论不要求证明)

19. 已知函数 $f(x) = \frac{3-2x}{x^2+a}$ 。

(1) 若 $a=0$ ，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(2) 若 $f(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极值，求 $f(x)$ 的单调区间，以及其最大值与最小值。

20. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 一个顶 点 $A(0, -2)$ ，以椭圆 E 的四个顶点为顶点的四边形面积为 $4\sqrt{5}$ 。

(1) 求椭圆 E 的方程；

(2) 过点 $P(0, -3)$ 的直线 l 斜率为 k 的直线与椭圆 E 交于不同的两点 B, C , 直线 AB, AC 分别与直线 $y = -3$ 交于点 M, N , 当 $|PM| + |PN| \leq 15$ 时, 求 k 的取值范围.

21. 设 p 为实数. 若无穷数列 $\{a_n\}$ 满足如下三个性质, 则称 $\{a_n\}$ 为 \mathfrak{R}_p 数列:

① $a_1 + p \geq 0$, 且 $a_2 + p = 0$;

② $a_{4n-1} < a_{4n}, (n = 1, 2, \dots)$;

③ $a_{m+n} \in \{a_m + a_n + p, a_m + a_n + p + 1\}, (m, n = 1, 2, \dots)$.

(1) 如果数列 $\{a_n\}$ 前 4 项为 2, -2, -2, -1, 那么 $\{a_n\}$ 是否可能为 \mathfrak{R}_2 数列? 说明理由;

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 是 \mathfrak{R}_0 数列, 求 a_5 ;

(3) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 是否存在 \mathfrak{R}_p 数列 $\{a_n\}$, 使得 $S_n \geq S_{10}$ 恒成立? 如果存在, 求出所有的 p ; 如果不存在, 说明理由.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt” 免费领180套PPT模板

回复“天天领券” 来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能