

5. 已知半径为 1 的圆经过点 $(3,4)$ ，则其圆心到原点的距离的最小值为 ().
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
6. 已知函数 $f(x) = 2^x - x - 1$ ，则不等式 $f(x) > 0$ 的解集是 ().
- A. $(-1,1)$ B. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- C. $(0,1)$ D. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$
7. 设抛物线的顶点为 O ，焦点为 F ，准线为 l . P 是抛物线上异于 O 的一点，过 P 作 $PQ \perp l$ 于 Q ，则线段 FQ 的垂直平分线 ().
- A. 经过点 O B. 经过点 P
- C. 平行于直线 OP D. 垂直于直线 OP
8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = -9$ ， $a_5 = -1$. 记 $T_n = a_1 a_2 \cdots a_n (n = 1, 2, \cdots)$ ，则数列 $\{T_n\}$ ().
- A. 有最大项，有最小项 B. 有最大项，无最小项
- C. 无最大项，有最小项 D. 无最大项，无最小项
9. 已知 $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ ，则“存在 $k \in \mathbf{Z}$ 使得 $\alpha = k\pi + (-1)^k \beta$ ”是“ $\sin \alpha = \sin \beta$ ”的 ().
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
10. 2020 年 3 月 14 日是全球首个国际圆周率日 (π Day). 历史上，求圆周率 π 的方法有多种，与中国传统数学中的“割圆术”相似. 数学家阿尔·卡西的方法是：当正整数 n 充分大时，计算单位圆的内接正 $6n$ 边形的周长和外切正 $6n$ 边形 (各边均与圆相切的正 $6n$ 边形) 的周长，将它们的算术平均数作为 2π 的近似值. 按照阿尔·卡西的方法， π 的近似值的表达式是 ().
- A. $3n \left(\sin \frac{30^\circ}{n} + \tan \frac{30^\circ}{n} \right)$ B. $6n \left(\sin \frac{30^\circ}{n} + \tan \frac{30^\circ}{n} \right)$
- C. $3n \left(\sin \frac{60^\circ}{n} + \tan \frac{60^\circ}{n} \right)$ D. $6n \left(\sin \frac{60^\circ}{n} + \tan \frac{60^\circ}{n} \right)$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 函数 $f(x) = \frac{1}{x+1} + \ln x$ 的定义域是_____.

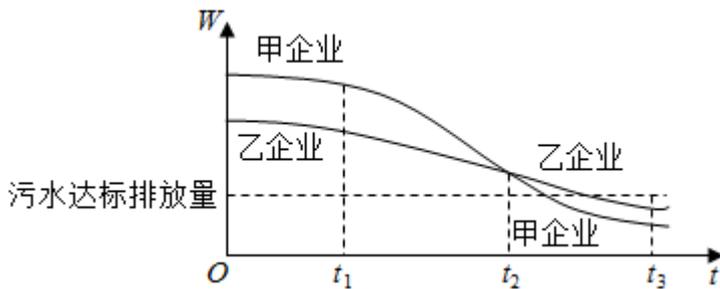
12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ ，则 C 的右焦点的坐标为_____； C 的焦点到其渐近线的距离是_____.

13. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, 则 $|\overrightarrow{PD}| =$ _____;

$\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PD} =$ _____.

14. 若函数 $f(x) = \sin(x + \varphi) + \cos x$ 的最大值为 2, 则常数 φ 的一个取值为_____.

15. 为满足人民对美好生活 向往, 环保部门要求相关企业加强污水治理, 排放未达标的企业要限期整改, 设企业的污水排放量 W 与时间 t 的关系为 $W = f(t)$, 用 $-\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ 的大小评价在 $[a, b]$ 这段时间内企业污水治理能力的强弱, 已知整改期内, 甲、乙两企业的污水排放量与时间的关系如下图所示.



给出下列四个结论:

①在 $[t_1, t_2]$ 这段时间内, 甲企业的污水治理能力比乙企业强;

②在 t_2 时刻, 甲企业的污水治理能力比乙企业强;

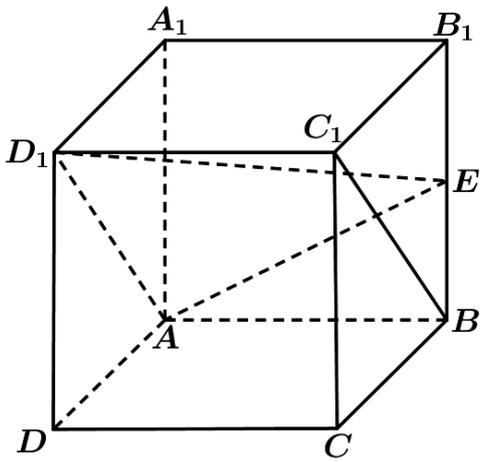
③在 t_3 时刻, 甲、乙两企业的污水排放都已达标;

④甲企业在 $[0, t_1], [t_1, t_2], [t_2, t_3]$ 这三段时间中, 在 $[0, t_1]$ 污水治理能力最强.

其中所有正确结论 序号是_____.

三、解答题共 6 小题, 共 85 分, 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 BB_1 的中点.



(I) 求证: $BC_1 \parallel$ 平面 AD_1E ;

(II) 求直线 AA_1 与平面 AD_1E 所成角的正弦值.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, $a+b=11$, 再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知, 求:

(I) a 的值;

(II) $\sin C$ 和 $\triangle ABC$ 的面积.

条件①: $c=7, \cos A = -\frac{1}{7}$;

条件②: $\cos A = \frac{1}{8}, \cos B = \frac{9}{16}$.

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.

18. 某校为举办甲、乙两项不同活动, 分别设计了相应的活动方案: 方案一、方案二. 为了解该校学生对活动方案是否支持, 对学生进行简单随机抽样, 获得数据如下表:

	男生		女生	
	支持	不支持	支持	不支持
方案一	200 人	400 人	300 人	100 人
方案二	350 人	250 人	150 人	250 人

假设所有学生对活动方案是否支持相互独立.

(I) 分别估计该校男生支持方案一的概率、该校女生支持方案一的概率;

(II) 从该校全体男生中随机抽取 2 人, 全体女生中随机抽取 1 人, 估计这 3 人中恰有 2 人支持方案一的概率;

(III) 将该校学生支持方案二的概率估计值记为 p_0 ，假设该校一年级有 500 名男生和 300 名女生，除一年级外其他年级学生支持方案二的概率估计值记为 p_1 ，试比较 p_0 与 p_1 的大小。（结论不要求证明）

19. 已知函数 $f(x) = 12 - x^2$.

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 的斜率等于 -2 的切线方程；

(II) 设曲线 $y = f(x)$ 在点 $(t, f(t))$ 处切线与坐标轴围成的三角形的面积为 $S(t)$ ，求 $S(t)$ 的最小值.

20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 过点 $A(-2, -1)$ ，且 $a = 2b$.

(I) 求椭圆 C 的方程；

(II) 过点 $B(-4, 0)$ 直线 l 交椭圆 C 于点 M, N ，直线 MA, NA 分别交直线 $x = -4$ 于点 P, Q . 求 $\frac{|PB|}{|BQ|}$ 的值.

21. 已知 $\{a_n\}$ 是无穷数列. 给出两个性质：

① 对于 $\{a_n\}$ 中任意两项 $a_i, a_j (i > j)$ ，在 $\{a_n\}$ 中都存在一项 a_m ，使 $\frac{a_i^2}{a_j} = a_m$ ；

② 对于 $\{a_n\}$ 中任意项 $a_n (n \geq 3)$ ，在 $\{a_n\}$ 中都存在两项 $a_k, a_l (k > l)$. 使得 $a_n = \frac{a_k^2}{a_l}$.

(I) 若 $a_n = n (n = 1, 2, \dots)$ ，判断数列 $\{a_n\}$ 是否满足性质①，说明理由；

(II) 若 $a_n = 2^{n-1} (n = 1, 2, \dots)$ ，判断数列 $\{a_n\}$ 是否同时满足性质①和性质②，说明理由；

(III) 若 $\{a_n\}$ 是递增数列，且同时满足性质①和性质②，证明： $\{a_n\}$ 为等比数列.

试卷相关说明

本试卷的题干、答案和解析均由组卷网 (<http://zujuan.xkw.com>) 专业教师团队编校出品。

登录组卷网可对本试卷进行**单题组卷**、**细目表分析**、**布置作业**、**举一反三**等操作。

试卷地址: [在组卷网浏览本卷](#)

组卷网是学科网旗下的在线题库平台, 覆盖小初高全学段全学科、超过 900 万精品解析试题。

关注组卷网服务号, 可使用移动教学助手功能 (布置作业、线上考试、加入错题本、错题训练)。



学科网长期征集全国最新统考试卷、名校试卷、原创题, 赢取丰厚稿酬, 欢迎合作。

钱老师 QQ: 537008204 曹老师 QQ: 713000635